Engenharia Econômica
Prof. Alvaro Augusto
Março/2012

Parte 1

Curriculum

- Alvaro Augusto de Almeida.
- Engenheiro Eletricista, CEFET-PR, 1989.
- Pós-graduado em Finanças Empresariais, ISAE/FGV, 1999.
- Pós-graduado em Desenvolvimento Web, PUC-PR, 2001.
- Professor da UTFPR desde 1991 (DAELT, 40 horas).
- Sócio e consultor do Grupo Electra.
- E-mails: alvaroaugusto@utfpr.edu.br, alvaro@lunabay.com.br .
- Website/Blog: www.lunabay.com.br .

Conteúdo Programático

- Matemática financeira.
- Fluxos de caixa e relações de equivalência.
- Coeficientes de financiamento
- Sistemas de amortização (Price, SAC, SAM).
- Análise de investimentos.
- Taxas variáveis e inflação.
- Depreciação e imposto de renda.
- Substituição de equipamentos.
- Análise de projetos industriais.
- Análise de múltiplas alternativas.
- Análise sob condições de risco e incerteza.

Bibiografia

- ASSAF NETO, A., Matemática financeira e suas aplicações. São Paulo: Atlas, 1998.
- CASAROTTO, N.; KOPITTKE, B.H., Análise de investimentos. São Paulo: Atlas, 2000.
- HIRSCHFELD, H. Engenharia econômica e análise de custos. São Paulo: Atlas, 2001.

Apostilas *online*

- PAMPLONA, E. O.; MONTEVECHI, J. A. B.:
  - Engenharia econômica 1: http://www.iepg.unifei.edu.br/edson/download/Apostee1.PDF
  - Engenharia econômica 2: http://www.iepg.unifei.edu.br/edson/apostEE2.htm

Lost in translation...

- “*Engineering Economics*” (Economia da Engenharia) nasceu nos EUA, em 1877, com o livro “*The Economic Theory of Railway Location*”, de Arthur Wellington.
- No Brasil, o termo foi traduzido incorretamente para “Engenharia Econômica”..., mas já há vários autores e instituições usando o termo “Economia da Engenharia” (UFSC, PUC-RJ, UDESC, etc).

Objetivos da Eng. Econômica

- Engenharia Econômica é uma ferramenta analítica de auxílio à tomada de decisão.
- O objetivo básico é responder às perguntas:
  - O projeto se paga?
  - Em quanto tempo?.
  - Qual a rentabilidade?
  - Qual a melhor alternativa de financiamento?
  - Qual o impacto dos impostos e outros encargos?

Resumindo...

"Antes de entrar pelo cano, tenha certeza que você passa por ele!"

Murphy

Lost in translation 2...

- Em inglês, "*project*" significa muito mais "empreendimento" do que "projeto".
- Em inglês, "projeto" é "*design*"...
- E "desenho" é "*drawing*"...

Conceitos Básicos

Por que existem juros?

- Teoria da abstinência (Nassau Sênior, sec. XIX):
  - Emprestador deve ser remunerado pela abstinância da poupança.
- Teoria da produtividade do capital (Say, Malthus e Ricardo):
  - Tomador se beneficia do empréstimo e deve remunerar o emprestador.
- Teoria da depreciação do futuro (Turgot):
  - É melhor dispor de um bem hoje do que no futuro.

Juros e Risco

- Modernamente, os juros são vistos como um **prêmio pelo risco**. O risco pode ser:
  - **Sistêmico**: todos estão sujeitos a ele:
    - Risco-Brasil.
    - Risco internacional.
  - **Não sistêmico**: apenas os empreendedores do projeto estão sujeitos a ele:
    - Risco próprio do negócio.
    - Lucro cessante.
    - Inadimplência.
    - Problemas administrativos.
    - Dificuldades tributárias, etc.

Capital Próprio e CMPC

- Custo do Capital Próprio (CCP):
  - Retorno mínimo exigido pelos acionistas (não necessariamente igual ao retorno desejado).
- Custo do Capital de Terceiros (CCT):
  - Custo do financiamento junto a instituições financeiras ou bancárias.
- Custo Médio Ponderado do Capital (CMPC, ou *WACC*):

$$CMPC = (\%CP) \times CCP + (\%CT) \times CCT$$

EXEMPLO 1

1) Uma empresa de fruticultura tem 60% de seu capital em poder dos acionistas, que exigem rentabilidade mínima de 20% ao ano. O restante do capital é repartido igualmente entre FINAME (TJLP + spread de 6% ao ano) e PRODEFRUTA (8,75% ao ano). Determine o CMPC da empresa.

EXEMPLO 1 - Considerações

- FINAME:
  - Financiamento para aquisição de equipamentos novos.
  - TJF = TJLP + Custo BNDES + Custo Banco Credenciado = TJLP + Spread.
  - TJLP – Taxa de Juros de Longo Prazo.
    - Fixada trimestralmente, sendo definida como o custo básico dos financiamentos do BNDES.
    - Abril a Junho de 2005: TJLP = 9,75% aa
    - http://www.bndes.gov.br/produtos/custos/juros/tjlp.asp
- PRODEFRUTA
  - Investimentos para o desenvolvimento da fruticultura, que não envolvam equipamentos.

EXEMPLO 1 - Solução

ITEM	CP (Sócios)	CT_1 (Finame)	CT_2 (Prodefruta)
Participação	60%	20%	20%
Custo	20%	9,75%+6%=15,75%	8,75%

$$CMPC=(\%CP)xCCP+(\%CT_1)xCCT_1+(\%CT_2)xCCT_2$$

$$CMPC = 0{,}6 \times 0{,}2 + 0{,}2 \times (0{,}1275 + 0{,}06) + 0{,}20 \times 0{,}0875 = 0{,}169$$

$$\therefore \; CMPC = 16{,}9\%$$

Taxa Mínima de Atratividade

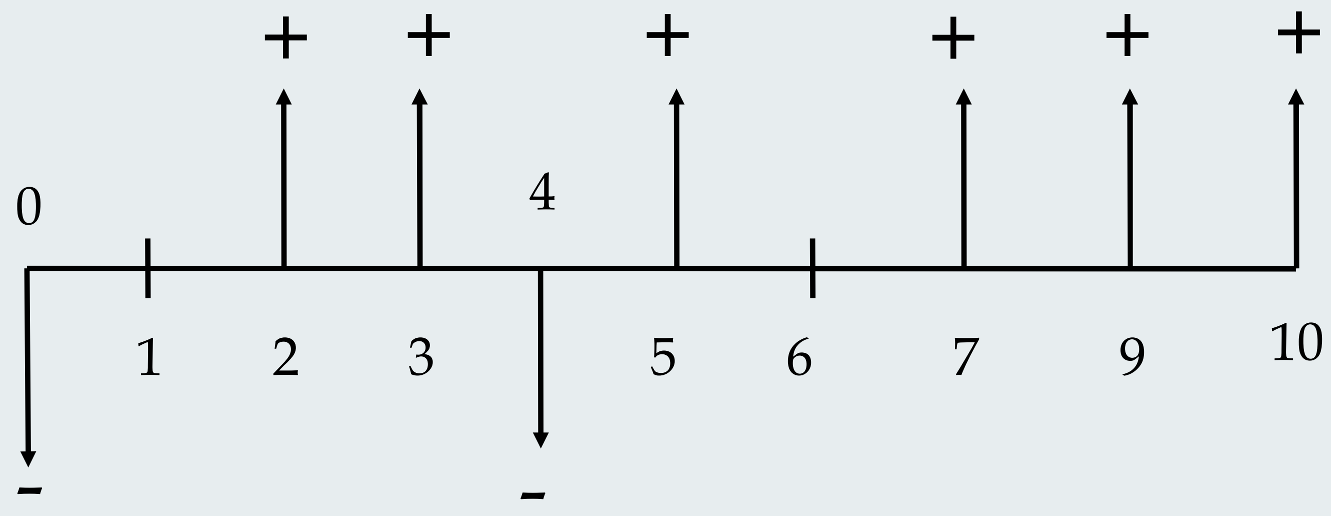
- Taxa Mínima de Atratividade (TMA) é o retorno mínimo que deve ser exigido de um determinado PROJETO.

$$\text{CCP} \longrightarrow \text{Empresa}$$

$$\text{TMA} \longrightarrow \text{Projeto}$$

Diagrama do Fluxo de Caixa

- Permite a representação gráfica de entradas e saídas de capital ao longo do tempo.



Juros Simples

Capitalização Simples

- Nesse tipo de capitalização, os juros incidem somente sobre o capital inicial da operação.
- Os juros se comportam de maneira linear no tempo.

$$J = C \times i \times n$$

- C = Capital inicial ou em um determinado instante.
- i = taxa de juros, expressa de forma por unidade.
- n = prazo.
- J = valor dos juros, em unidades monetárias.

EXEMPLO 2

2) Um negociante tomou um empréstimo a uma taxa de juros de 6% ao mês durante 10 meses, sob regime de capitalização simples. Ao final deste período, calculou em $ 290.000,00 o total dos juros incorridos na operação. Determinar o valor do empréstimo.

Montante e Capital

- Um determinado capital *C*, quando aplicado a uma taxa periódica por um prazo determinado, produz um valor acumulado denominado montante *M*.

$$M = C + J$$

$$M = C(1 + i \times n)$$

Fatores de Juros Simples

- Fator de Capitalização ou Fator de Valor Futuro

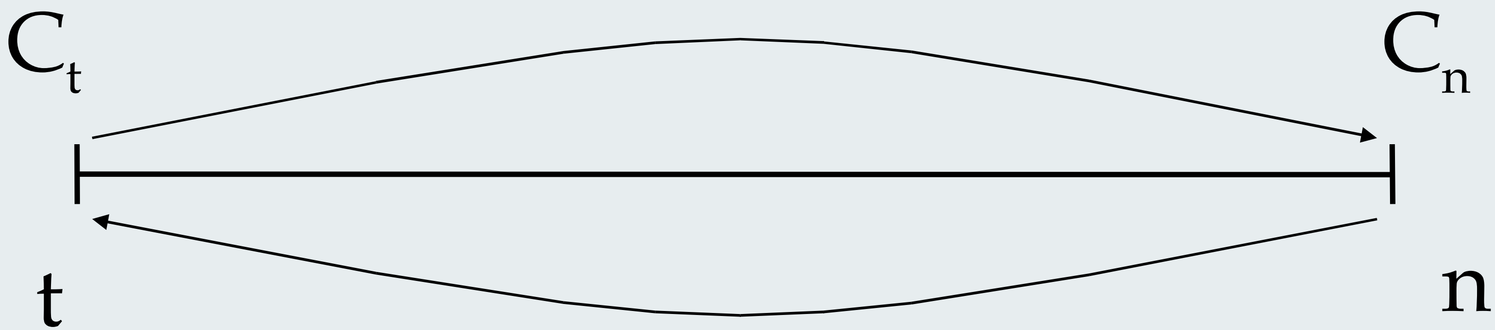
$$FCS = 1 + i \times n$$

- Fator de Atualização ou Fator de Valor Presente

$$FAS = \frac{1}{1 + i \times n}$$

Representação Gráfica

$$C_n = C_t \times (1 + i \times n) = C_t \times FCS$$



$$C_t = C_t / (1 + i \times n) = C_t \times FAS$$

EXEMPLO 3

3) Uma dívida de $ 1 milhão irá vencer em 5 meses. O credor está oferecendo um desconto de 2% ao mês caso o devedor antecipe o pagamento para hoje. Calcule o valor que o devedor pagaria caso antecipasse a liquidação da dívida.

EXEMPLO 3 - Solução

- M=$ 1.000.000,00
- n= 5 meses
- i=2% ao mês (0,02)
- C=?

$$C = \frac{M}{(1 + i \times n)}$$

$$C = \frac{1.000.000,00}{(1 + 0,02 \times 5)} = \frac{1.000.000,00}{1,1}$$

$$\therefore\ C = \$909.090,91$$

Equivalência de Capitais

- A equivalência de capitais é o teorema básico da Matemática Financeira.
- Dois ou mais capitais, em certa data, são equivalentes quando, a uma dada taxa de juros, produzirem resultados iguais em uma data comum.
- No regime de capitalização simples, os prazos não podem ser fracionados, sem alterar o valor final dos juros pagos. Logo, não há equivalência de capitais para períodos mútliplos.

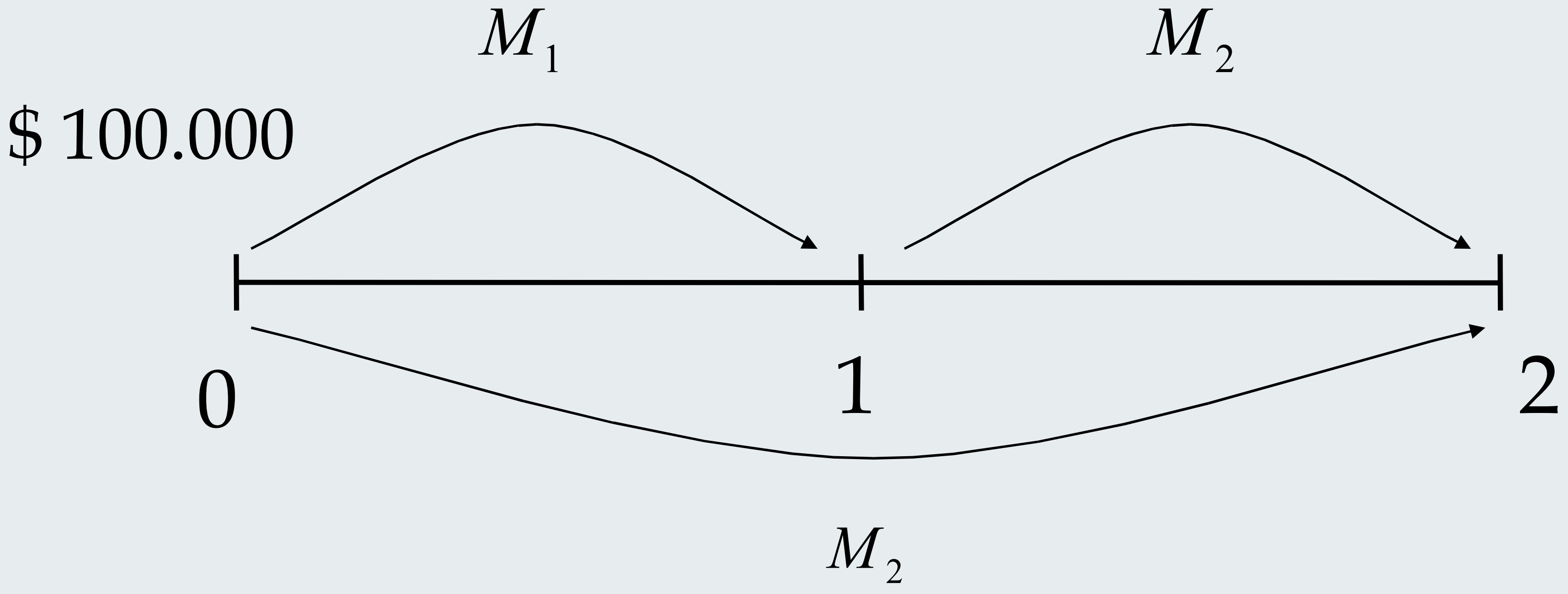
EXEMPLO 4

4) Um capital de $ 100.000,00 foi emprestado a uma taxa de juros simples de 20% ao ano. Determine:

a) O valor total da dívida após 2 anos.

b) O valor total da dívida após 2 anos, considerando-se que esta tenha sido integralmente paga após o primeiro ano e reemprestada com os juros capitalizados incorporados.

EXEMPLO 4 - Solução



EXEMPLO 4 - Solução

a) "Non-stop"

$$M_2 = 100.000 \times (1 + 0{,}2 \times 2) = \$140.000{,}00$$

b) Fracionando o período

$$M_1 = 100.000 \times (1 + 0{,}2 \times 1) = \$120.000{,}00$$

$$M_2 = 120.000 \times (1 + 0{,}2 \times 1) = \$144.000{,}00$$

EXERCÍCIO 1

1) Em quanto tempo um capital de $ 4.000,00 aplicado a 29,3% ao ano renderá $ 1.940,00, pelo regime linear ?

EXERCÍCIO 1 - Solução

1) Em quanto tempo um capital de $ 4.000,00 aplicado a 29,3% ao ano renderá $ 1.940,00, pelo regime linear ?

- C=$ 4.000,00
- i=29,3% aa (0,293)
- J=$ 1.940,00

$$J = C \times i \times n$$

$$n = \frac{J}{C \times i} = \frac{1.940}{4.000 \times 0,293} = 1,65529 \text{ anos}$$

$$\therefore \; n \cong 20 \text{ meses}$$

EXERCÍCIO 2

2) Uma TV em cores é vendida nas seguintes condições:

- Preço a vista: $ 1.800,00.
- Condições a prazo: 30% de entrada e $ 1.306,00 em 30 dias.

Determine a taxa de juros simples cobrada na venda a prazo.

EXERCÍCIO 2 - Solução

2) Uma TV em cores é vendida nas seguintes condições:

- Preço a vista: $ 1.800,00.
- Condições a prazo: 30% de entrada e $ 1.306,00 em 30 dias.

- M=$ 1.306
- n= 1 mês
- C=70%x$ 1.800 = $ 1.260
- i=?

EXERCÍCIO 2 - Solução

$$M = C \times (1 + i \times n)$$

$$1.306 = 1.260 \times (1 + i \times 1)$$

$$1 + i = \frac{1.306}{1.260} = 1{,}0365$$

$$i = 0{,}0365$$

$$\therefore\ \text{i} = 3{,}65\%\ \text{ao mês}$$

EXERCÍCIO 3

3) Uma aplicação rende juros simples de 64,8% aa. Investindo-se $ 400.000,00, quanto tempo será necessário para se ter $ 194.400,00 a mais do que o investido?

EXERCÍCIO 3 - Solução

- C = $ 400.000; i= 64,8 aa = 5,4 % am
- M = $ 194.400 + C.
- n = ?

$$M = C \times (1 + i \times n)$$

$$194.400 + C = C(1 + 0,054 \times n)$$

$$194.400 = 0,054 \times 400.000 \times n$$

$$n = 9 meses$$

EXERCÍCIO 4

4) Um investimento rende juros simples de 230% aa. No ato da retirada, é cobrado imposto de renda, com alíquota de 9%, sobre a rentabilidade. Qual a taxa de rentabilidade líquida?

EXERCÍCIO 4 - Solução

- i= 230% aa (simples)
- IR = 9% sobre valor nominal dos rendimentos

$$M = C \times (1 + in) = C + C \times i \times 1 = C + R$$

$$R = C \times i \times 1 = 2{,}3 \times C$$

$$IR = 0{,}09 \times R = 0{,}09 \times 2{,}3 \times C$$

$$IR = 0{,}207 \times C$$

$$M = C + 2{,}3 \times C - 0{,}207 \times C = 3{,}093 \times C$$

$$C \times (i + 1) = 3{,}093 \times C$$

$$i = 209{,}3\%$$

Taxas de Juros Variáveis

- Quando um capital é aplicado durante um certo prazo, com diferentes taxas para períodos desse prazo, teremos

$$M = C + C \times i_1 \times n_1 + C \times i_2 \times n_2 + \ldots + C \times i_n \times n_n$$

$$M = C \times \left(1 + i_1 \times n_1 + i_2 \times n_2 + \ldots + i_n \times n_n\right)$$

$$\boxed{\mathrm{M} = \mathrm{C} \times \left(1 + \sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{n}} i_k n_k\right)}$$

EXEMPLO 5

5) Um capital de $ 2.300 foi emprestado durante seis meses com as seguintes taxas:

- 2% am para o primeiro mês.
- 2,5% am para o segundo e terceiro meses.
- 3% am para o restante do prazo.

Determine a taxa equivalente de juros ao final do prazo de empréstimo.

EXEMPLO 5 - Solução

$$M = 2.300 \times \left(1 + 0{,}02 \times 1 + 0{,}025 \times 2 + 0{,}03 \times 3\right)$$

$$M = \$2.668$$

$$M = 2.300 \times \left(1 + 6 \times i\right) = 2.668$$

$$i \times 6 = \frac{2.668}{2.300} - 1$$

$$i = 2{,}67\%$$

Juros Simples e PAs

- Suponha que alguém empresou $ 1.000,00 durante cinco anos a uma taxa de 10% aa.

Ano	Saldo no início de cada ano	Juros anuais	Saldo ao final de cada ano
1	-	-	$ 1.000,00
2	$ 1.000,00	0,1 x 1.000 = $ 100,00	$ 1.100,00
3	$ 1.100,00	0,1 x 1.000 = $ 100,00	$ 1.200,00
4	$ 1.200,00	0,1 x 1.000 = $ 100,00	$ 1.300,00
5	$ 1.300,00	0,1 x 1.000 = $ 100,00	$ 1.400,00

- O saldo evolui de acordo com uma Progressão Aritmética (PA).

Juros Compostos

Notação

- A notação para Juros Compostos é um pouco diferente:
  - VP = Capital (Valor Presente).
  - VF = Montante (Valor Futuro).
- Assim:

$$\boxed{VF = VP + J}$$

Formulação

- No final do primeiro ano:

$$VF_1 = VP \times (1 + i) = 1.000 \times (1 + 0{,}1) = \$1.100{,}00$$

- No final do segundo ano:

$$VF_2 = VF_1 \times (1 + i) = VP \times (1 + i) \times (1 + i) = 1.100 \times (1 + 0{,}1)^2 = \$1.210{,}00$$

- Generalizando:

$$\boxed{VF = VP \times (1 + i)^n}$$

Fatores de Juros Compostos

- Fator de Capitalização ou Fator de Valor Futuro, a Juros Compostos

$$FCC = (1 + i)^n$$

- Fator de Atualização ou Fator de Valor Presente, a Juros Compostos

$$FAC = \frac{1}{(1 + i)^n}$$

Cálculo dos Juros Compostos

- Considerando que

$$VF = VP + J$$

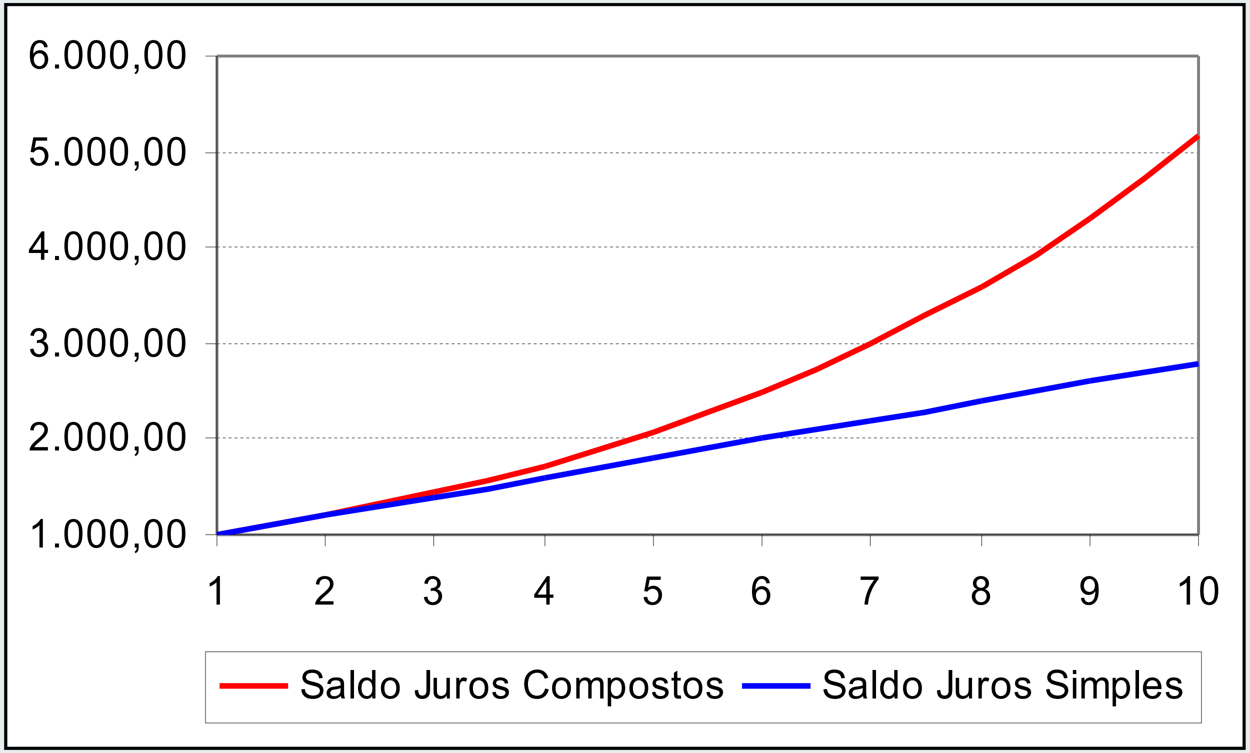
- E que

$$VF = VP \times (1 + i)^n$$

- Teremos

$$\boxed{J = VP \times \left[(1 + i)^n - 1\right]}$$

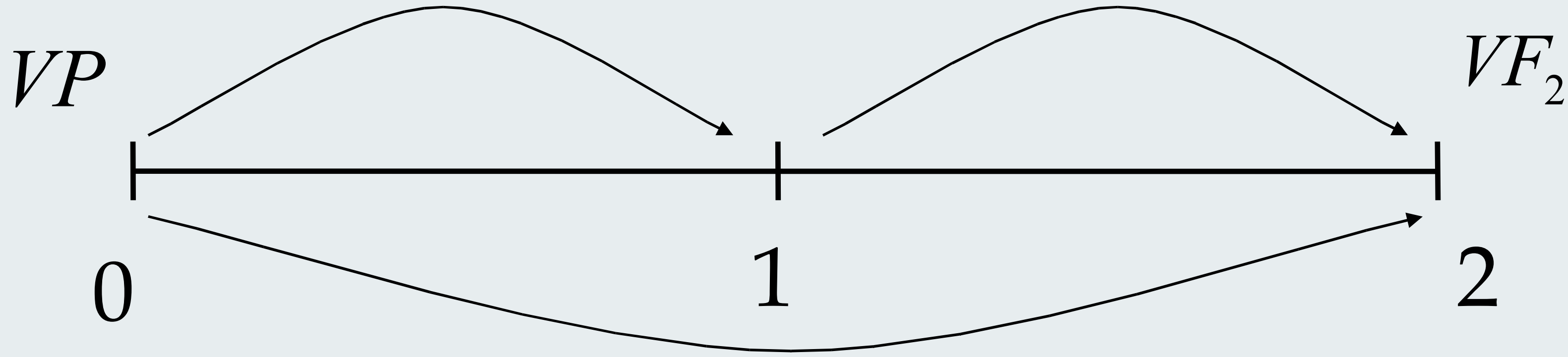
Comparação



- Juros compostos evoluem de acordo com uma Progressão Geométrica (PG).

Equivalência de Juros

$$VF_1 = VP \times (1 + i_m) \qquad VF_2 = VP \times (1 + i_m)^2$$



$$VF_2 = VP \times (1 + i_q)$$

Equivalência de Juros

- Para que as duas operações sejam equivalentes, devemos ter

$$VF_2 = VP \times (1 + i_m)^2 = VP \times (1 + i_q)$$

$$\text{ou } (1 + i_m)^2 = (1 + i_q) \qquad \therefore\ i_m = \sqrt{1 + i_q} - 1$$

- Generalizando para *m* meses dentro de um período

$$i_m = \sqrt[m]{1 + i_q} - 1$$

ou

$$\boxed{i_q = \left(1 + i_m\right)^m - 1}$$

EXEMPLO 6

6) A taxa Selic é a taxa de juros média dos financiamentos diários com lastro em títulos federais, apurados por um sistema de liquidação diária dos títulos públicos, chamado de Sistema Especial de Liquidação e Custódia (Selic), e é fixada nas reuniões do Copom (Comitê de Política Monetária). Em junho de 2005, a taxa Selic era de 1,4924% ao mês. Considerando que esta taxa permaneça constante durante os próximos 12 meses, determine:
   a) A taxa semestral equivalente.
   b) A taxa anual equivalente.

EXEMPLO 6 - Solução

a) Taxa semestral equivalente

$$i_s = \left(1 + 1{,}4924/100\right)^6 - 1 = 0{,}09295$$

$$\boxed{i_s = 9{,}295\%}$$

b) Taxa anual equivalente

$$i_a = \left(1 + 1{,}4924/100\right)^{12} - 1 = 0{,}1945$$

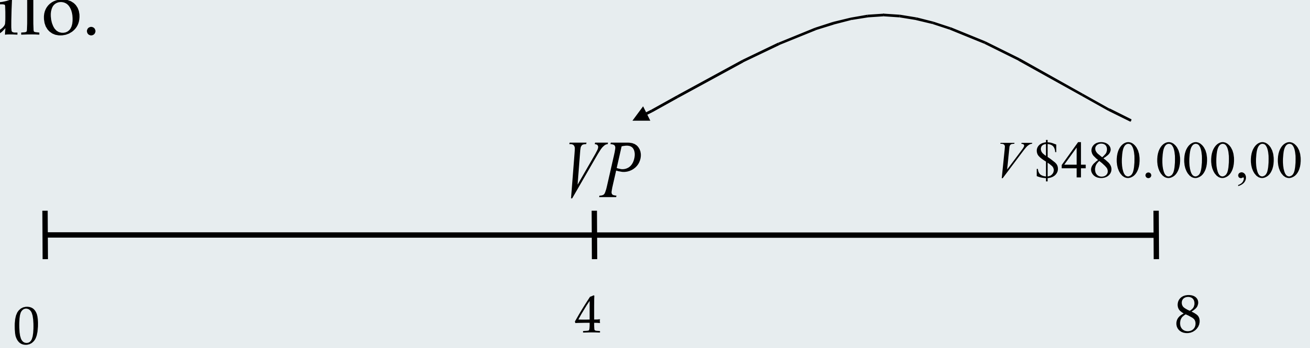
$$\boxed{i_a = 19{,}45\%}$$

EXEMPLO 7

7) Um título vence daqui a 4 meses, apresentando um valor nominal (resgate) de $ 403.621,45. É proposta a troca desse título por outro de valor nominal de $ 480.000,00, vencível daqui a 8 meses. Sabendo que a rentabilidade exigida pelo aplicador é de 5% ao mês, pede-se analisar se a troca é vantajosa.

EXEMPLO 7 - Solução

- Uma maneira simples de resolver o problema é calcular o valor presente do título que vence em 8 meses no momento do vencimento do outro título.



$$VP = \frac{480.000,00}{(1,05)^4} = \$394.897,20$$

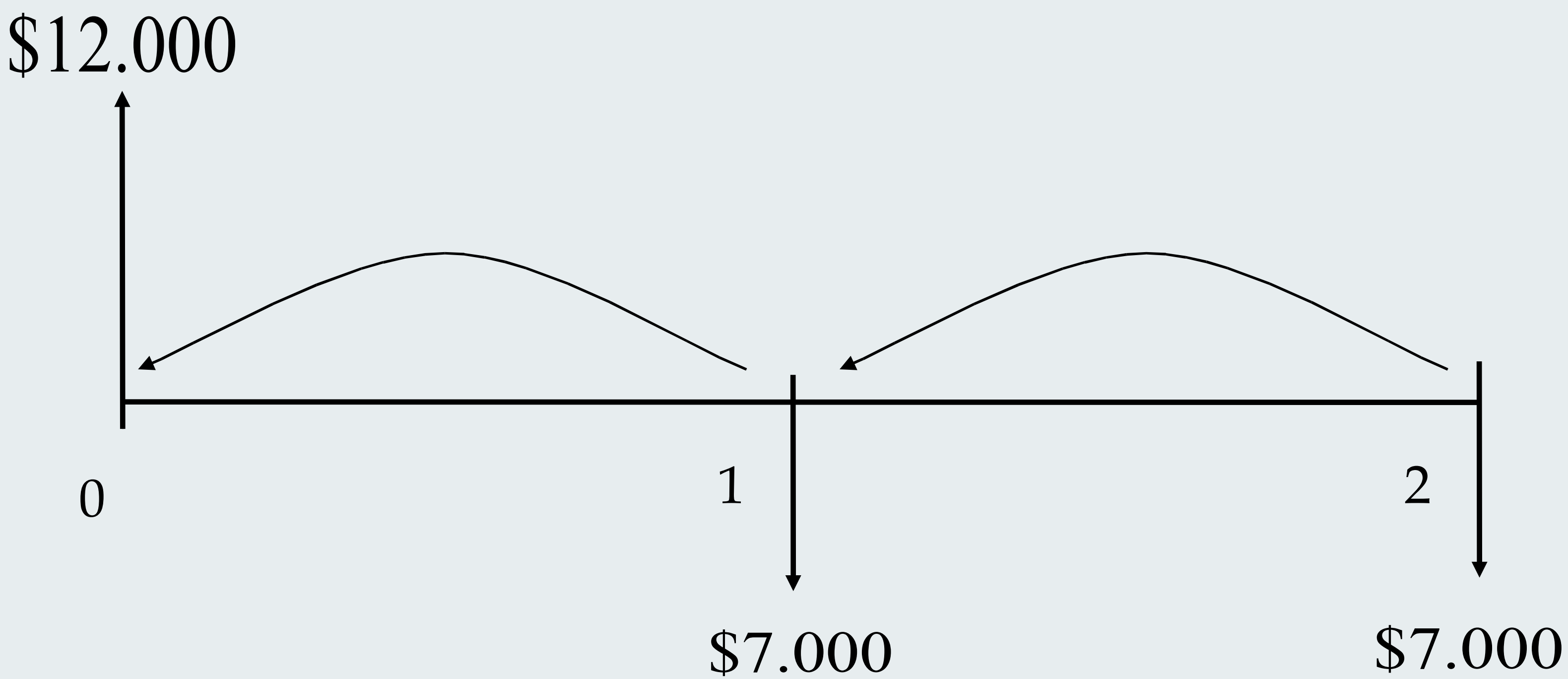
Como o VP é inferior ao valor nominal do título, a troca não é recomendada.

EXEMPLO 8

8) Para um empréstimo de $ 12.000,00, um banco exige o pagamento de duas prestações mensais e consecutivas de $ 7.000,00 cada. Determinar o custo mensal da operação.

EXEMPLO 8 - Solução

- O Valor Presente das prestações deve igualar o valor do empréstimo em uma data qualquer. Supondo que seja a data inicial, teremos



EXEMPLO 8 - Solução

O VP será: $$\frac{7.000,00}{(1+i)}+\frac{7.000,00}{(1+i)^2}=12.000,00$$

ou $$\frac{1}{(1+i)}+\frac{1}{(1+i)^2}=\frac{12}{7}$$

Multiplicando por $(1+i)^2$, vem

$$(1+i)+1-\frac{12}{7}(1+i)^2=0$$

Resolvendo a equação do segundo-grau, teremos

$$\therefore\ i=10{,}92\%$$

Observações

- O cálculo anterior foi possível analiticamente porque há apenas duas saídas de capital. Para mais de duas saídas, a solução analítica é muito difícil ou simplesmente impossível. Nesse caso, deve-se usar uma calculadora financeira ou uma planilha eletrônica.
- A taxa de juros que iguala os fluxos de entrada e de saída, em uma mesma data, é denominada Taxa Interna de Retorno, ou TIR. A TIR é bastante usada para se avaliar a atratividade de projetos.

EXEMPLO 9

9) Um devedor emprestou $ 100 em uma financeira. Devido a vários problemas, só conseguiu saldar a dívida dois anos depois. Considerando que a taxa de juros mensal da financeira é de 12% ao mês:

   a) Qual o valor da dívida?

   b) Qual a taxa anual de juros cobrada pelo banco?

EXEMPLO 9 - Solução

a) O valor da dívida será

$$VF = 100 \times (1 + i)^n$$

$$VF = 100 \times (1 + 0{,}12)^{24}$$

$$\therefore\ VF = \$1.517{,}86$$

b) A taxa de juros anualizada será

$$i_a = \left(1 + i_m\right)^m - 1$$

$$i_a = \left(1 + 0{,}12\right)^{12} - 1$$

$$\therefore\ i_a = 289{,}6\%$$

Observações

- No Brasil, até março de 2000, valia um artigo da Lei da Usura (Decreto 22.626/1933), que proibia a aplicação de juros compostos (anatocismo) em períodos inferiores a um ano.
- Com a edição da MP 1.963-17/2000, a aplicação do anatocismo em períodos inferiores a um ano foi liberada, mas somente para instituições financeiras (não se enquadram construtoras, pessoas físicas, etc)!
- Por causa de suas restrições técnicas (falta de equivalência de capitais), os juros simples têm aplicação prática limitada.

EXEMPLO 10

10) Um empresário irá necessitar de $ 35.000,00 em 11 meses e $ 48.000,00 em 14 meses. Quanto ele deverá depositar hoje em uma conta de investimento que oferece rentabilidade efetiva de 17% ao ano?

EXEMPLO 10 - Solução

A rentabilidade mensal é

$$i_m = \sqrt[12]{1+0{,}17} - 1 = 0{,}01317$$

O Valor Presente da primeira aplicação é

$$VP_1 = \frac{35.000}{(1+0{,}01317)^{11}} = \$30.308{,}36$$

O Valor Presente da segunda aplicação é

$$VP_2 = \frac{48.000}{(1+0{,}01317)^{14}} = \$39.965{,}82$$

O depósito total deverá ser $\therefore\ VP = VP_1 + VP_2 = \$70.274{,}18$

Observações

- Os devedores sempre reclamam da aplicação de juros compostos, mas há várias situações em que o sistema de "capitalização exponencial" é usado de forma natural. Por exemplo:
  - Reajustes salariais.
  - Cálculo da inflação anual.
  - Reajustes tarifários.

EXEMPLO 11

11) Considerando a tabela abaixo, dos IGPMs mensais, calcule o IGPM acumulado dos últimos 12 meses.

Jul/2004	Ago/2004	Set/2004	Out/2004	Nov/2004	Dez/2004
1,31%	1,22%	0,69%	0,39%	0,82%	0,74%
Jan/2005	Fev/2005	Mar/2005	Abr/2005	Maio/2005	Jun/2005
0,39%	0,30%	0,85%	0,86%	-0,22%	-0,44%

EXEMPLO 11 - Solução

$$IGMP_a = (1+0{,}0131)*(1+0{,}0122)*(1+0{,}0069)*(1+0{,}0039)*(1+0{,}0082)$$
$$(1+0{,}0074)*(1+0{,}0039)*(1+0{,}0030)*(1+0{,}0085)$$
$$(1+0{,}0086)*(1-0{,}0022)*(1-0{,}0044)-1$$

$$IGMP_a = 7{,}12\,\%\ a.a.$$

EXERCÍCIOS

5) Para um poupador que deseja ganhar 2,5% ao mês, o que é mais vantajoso: a) receber $ 18.500,00 daqui a 4 meses ou; b) receber $ 25.500,00 daqui a 12 meses?

6) Uma pessoa deve uma importância de $12.400. Para a liquidação da dívida, propõe-se os seguintes pagamentos: $3.500,00 ao final de 2 meses; $4.000,00 ao final de 5 meses; $1.700,00 ao final de 7 meses e o restante em 12 meses. Considerando que a taxa efetiva de juros é 3% ao mês, calcule o valor do último pagamento.